



# Möjligheter och utmaningar vid spridning av framgångsrik matematikundervisning

SUMI: Studie av uppskalning och modellering av tidig numerisk innovation



## Projektmedlemmar SUMI

- *Hanna Palmér* (projektledare),  
Linnéuniversitetet
- *Camilla Björklund*,  
Göteborgs universitet
- *Jessica Elofsson*,  
Linköpings universitet
- *Maria Walla*,  
Högskolan Dalarna
- *Caroline Petersson*,  
Stenholmens förskola
- *Frida Rydiander*,  
Fagrabäck förskola

Från ett projekt till nästa...

# Från DUTTA till SUMI

**DUTTA - Didaktikutvecklande studier av toddlares taluppfattning och  
begynnande aritmetikfärdigheter\***

**Hur lär sig barn vad "fem" betyder?**

- Vad behöver de få syn på för att kunna använda tal som svarar på "*hur många*" m.m.

**Hur lär sig barn göra aritmetiska operationer?**

- Att kunna använda räknestrategier grundat på förståelse för talrelationer för att ta reda på skillnader eller förändringar i antal

**Vetenskaplig grund för  
förskolans verksamhet  
med de yngsta**

- Hur gör man för att stötta de yngsta barnens lärande om tal och räknande?
- Grund i teori om lärande (Variationsteori)
- Beprövade erfarenheter, dokumenterade och reflekterade (processade tillsammans)

# DUTTA: Utvecklat undervisningsaktiviteter

## Kontextprincipen

- Utgå från barns erfarenheter, behov och intressen
- Välbekanta aktiviteter
- Minska störning av irrelevanta element

## Talprincipen

- Möjligt att urskilja väsentliga aspekter av tal  
(representationer, kardinalitet, ordinalitet, del-helhetsrelationer)

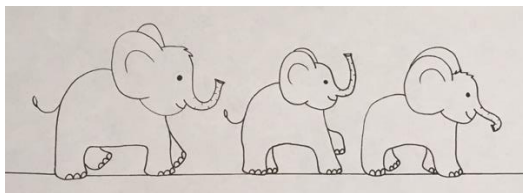
## Differentieringsprincipen

- Möjlighet att uttrycka olika sätt att förstå
- Tillåta olika upplevelser och uttryck

# Eksempel på undervisningsaktiviteter

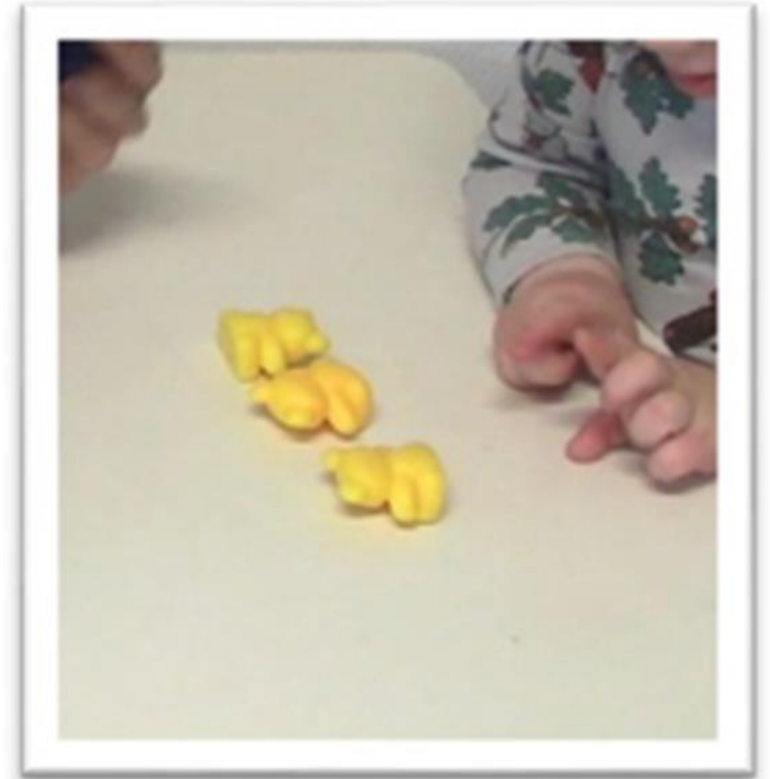
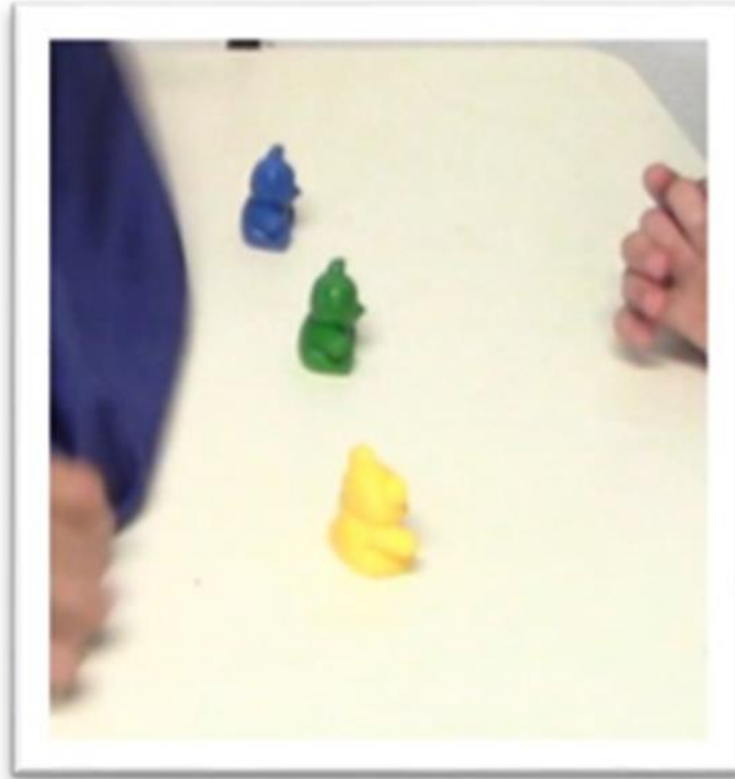
DUTTEN

bygger torn



# Kims lek:

Tre situationer, gradvis rikta fokus mot tal och antal



**DUTTA:** ett lyckat projekt med goda resultat

*Vad blir nästa steg?*

Implementering i större skala  **SUMI\***

\*Studie av uppskalning och modellering av tidig numerisk innovation

# Implementerings- forskning i praktiken

- **Interventioner** – inte lätt överförbara
- **Implementeringsforskning** - studerar genomförande, påverkansfaktorer och resultat av innovationer.
- **Kärnkomponenter** - nyckelfaktorer för önskade resultat
- **Skala** - handlar inte bara om antal deltagare utan om förändringens kvalitet

***Djup:*** Förändringens art och kvalitet

***Hållbarhet:*** Beständighet över tid

***Spridning:*** Anpassning inom olika kontexter

***Ägarskap:*** Lärarnas autonomi och engagemang

(Coburn, 2003; Century & Cassata, 2016)

# SUMI

(Skolfi 2023-2025)

**Syftet är att utveckla en modell för att implementera en vetenskapligt baserad innovation i matematik för barn 1-3 år.**

## **Forskningsfråga 1:**

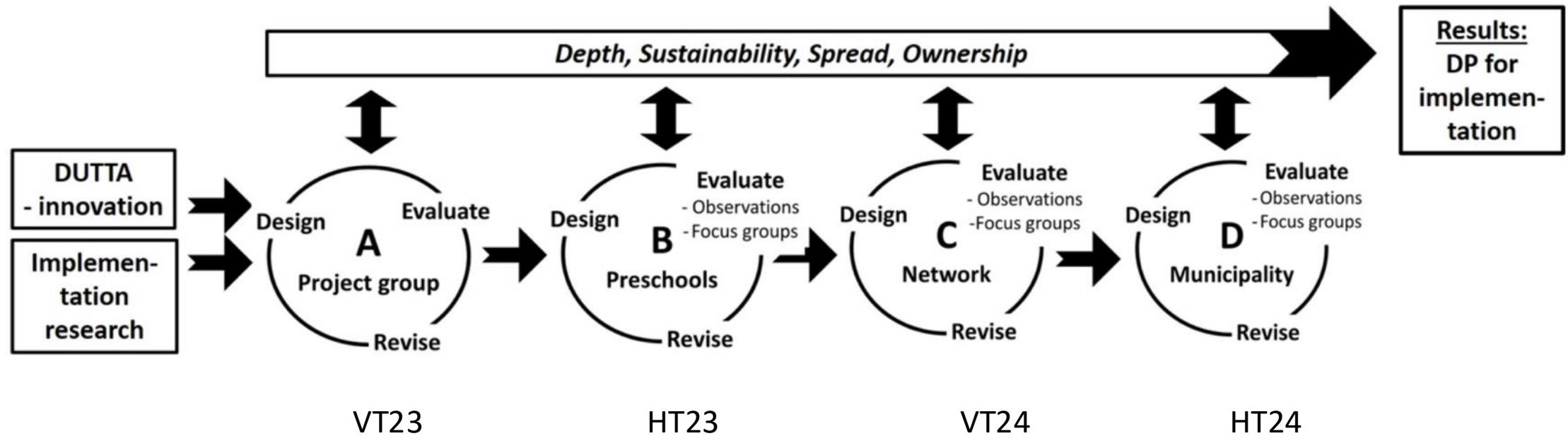
Vilka är kriterierna för ett undervisningsmaterial där den vetenskapliga grunden behålls i implementeringen men som gör det möjligt att anpassa undervisningen avseende:

- olika förskoletraditioner
- olika verksamheter och miljöer
- olika förskolebarn

## **Forskningsfråga 2:**

Vilka är kriterierna för storskalig implementering, kriterier som stödjer ett skifte från "externt" till "internt" ägande, där lärare blir ägare till den vetenskapliga grunden för undervisningen på ett sätt som motverkar omtolkning men främjar flexibilitet och anpassning?

# Studiens design



Göra meningsfullt.

MATEMATISERA / NARRATIV

0. REGLER → MATTE Kims lek

MOTIVERA → Läroplanen ett stöd för läroplanen

UTMANA "RÄDA" → Gör skillnad för barnen  
→ Inget parallellt utom  
vårskola. Provenkall DFS

1. KONTRAST

\* Fakta "Tecken på lärande?"

exemplifiera { Elementer  
Stenrock  
Duffen

Från manus till filmer  
→ Sammanfattning  
→ Checklista  
→ Göra rätt...  
Finhet

2. REPRESENTATION A -11-

-11-  
Olika erfarenheter  
synliggörs i samma  
aktiviteter. -11-

3. KARDINALITET -11-

Gester -11- -11-

4. DEL-HELHET -11-

-11-

Blev det en lyckad  
implementering?

INNEHÅLL

Didaktiska Principer

a) DUTTA-specifikt.  
b) Förstå didaktiskt.  
c) För skolans förbättringar

FILM våra  
Aktörer  
Vilka anpassningar  
görs? Utifrån  
FILM nya  
Aktörer

INTERVJER  
Första anpassningar

Här "bakom"  
finns kardinalitet  
del-helhet.

b) ANPASSA  
VERKSAMHET  
OCH BARN.

a) Alteritet, lagom  
utmaning till varje barn.  
Använda relevanta  
representationer.  
Uppmärksamhet barns  
representationer.

c) Hur möjligt att  
organisera under-  
visningen.

Konstast/Generalisering

lokaler.  
Personal. Utbildning.  
Stöd från ledning

→ DEPTH  
→ SUSTAINABILITY  
KORT - LÅNG  
→ FÖRBERED  
→ OUPPLÄSNA  
GÖR GRUND

• interaktivitet  
• nyfikenhet  
• meningsskapande  
materialiserade  
paradigma spel  
Fingertalen.

# SUMI-materialet

- Texter (5st a' 3-4 sidor)
- Aktivitetsbeskrivningar (7st inklusive kopieringsmaterial)
- Film med undervisningsexempel från aktiviteterna + "facit"
- Begreppsordlista



# Texter

**Del 1:** Matematisera tal, antal, taluppfattning, fingertal, meningsfull, räkna

**Del 2:** Kontrast och generalisering

**Del 3:** Representationer, mappa, ringa in

**Del 4:** Kardinalitet, fingertal, pekräkna

**Del 5:** Del-helhet

# Texter

## Samma upplägg i alla texter:

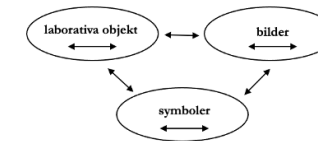
- Fakta
- Koppling till tre aktiviteter
- Titta på film
- Genomföra en av de tre aktiviteterna med barn (filma + gemensam reflektion)
- Genomföra egen aktivitet (filma + gemensam reflektion)
- Sammanfattning
- Checklista

### Del 3: Representationer

För att kommunicera matematiskt innehåll använder både barn och vuxna representationer, till exempel *bilder*, *symboler* och/eller *laborativa objekt*. Till exempel kan antalet tre när vi pratar om att ett barn fyller tre år representeras genom en *bild* med tre tårtjus, de *laborativa objekten* tre ljus på födelsedagstårten eller genom ett ljus format som *siffersymbolen* 3.



Ingen av de tre representationerna i sig "är antalet tre" utan de representerar antalet tre. I figuren nedan illustreras dessa tre representationsformer som visats vara centrala i yngre barns förståelse för tal och antal och därmed även för undervisning i förskolan med fokus på tal och antal.



Pilarna inom och mellan de olika representationsformerna i bilden illustrerar hur matematiklärande involverar och stärks av förmågan att göra kopplingar och se samband inom och mellan representationsformer<sup>1</sup>. Sådana kopplingar och samband urskiljs dock inte automatiskt av barn utan behöver synliggöras, vilket till exempel görs i förskolans undervisning när man läser böcker, leker lekar eller samtalar om födelsedagar.

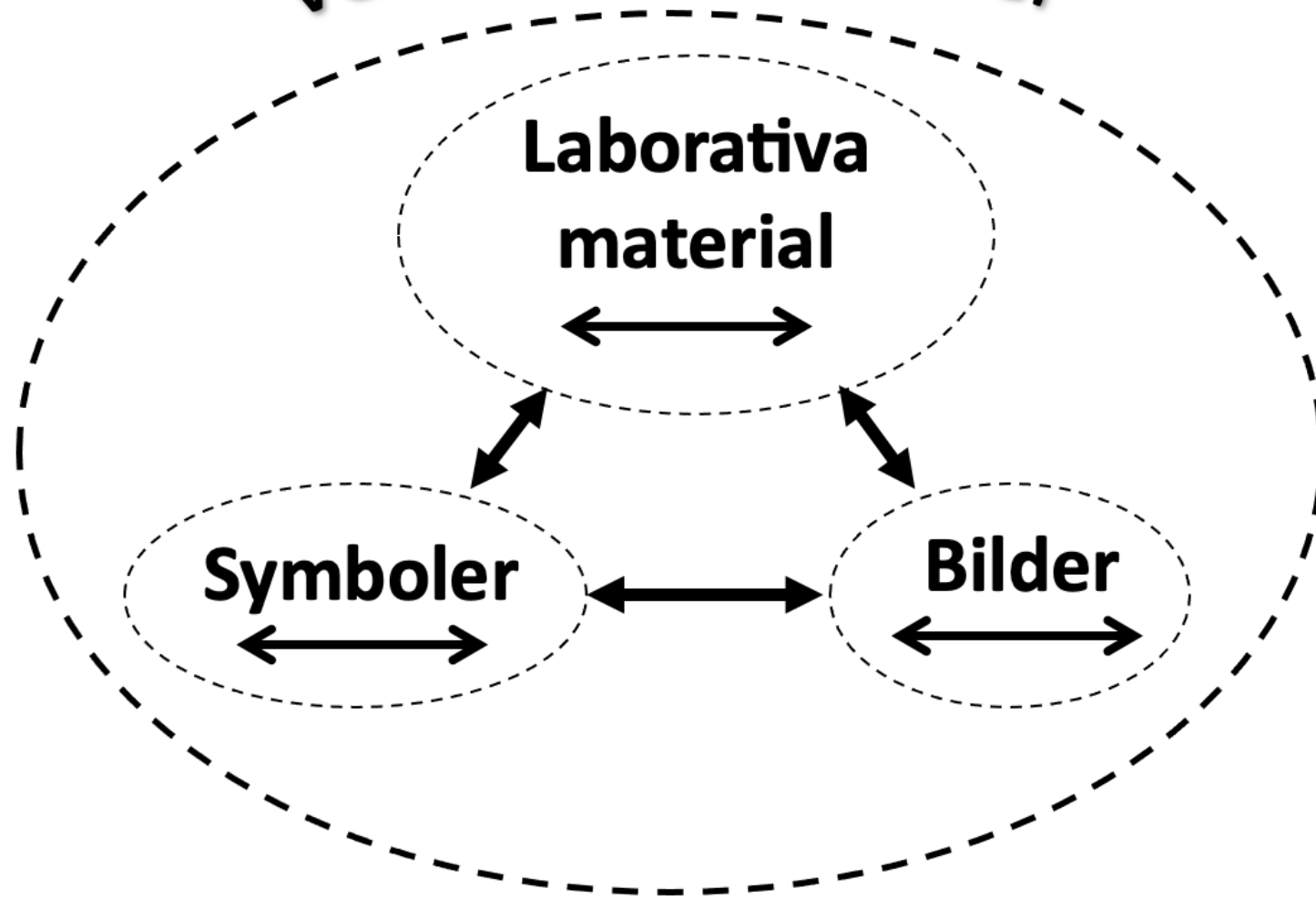
I undervisning använder förskollärare representationer *för lärande* medan barnen använder representationer *i lärande*<sup>2</sup>. De representationer som används kan vara perceptuellt lika men matematiskt olika (till exempel bilder med två respektive tre prickar), eller perceptuellt olika men matematiskt lika (till exempel en bild med tre prickar respektive siffersymbolen 3). Att utveckla förståelse för representationer innebär därmed en form av generalisering, när barn urskiljer hur en representation kan användas i olika situationer (jag fyller *tre* fingrar och jag vill ha *tre* fingrar äppelbitar), och hur olika representationer kan användas i samma situation (jag fyller *tre* fingrar, jag fyller *tre* år). Att använda fler än en representation i undervisning möjliggör även för fler barn att förstå då olika barn kan ha förståelse för olika representationer. Vidare blir vi en förebild för barnen där vi visar hur antal kan representeras på olika sätt.

Olika representationer kan vara olika tydliga i olika situationer för olika individer. Till exempel är en teckning av tre katter tydlig avseende vad det är som representeras och hur många katter det

<sup>1</sup> Duval, R. (2006). A cognitive analysis of problems of comprehension in a learning of mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 61(1), 103–131.

<sup>2</sup> Selander, S. & Kress, G. (2010). *Design för lärande: ett multimodalt perspektiv*. Norstedt

# Verkliga situationer



# Aktiviteter

## DUTTEN-BOKEN



*Dutten-boken* handlar om hunden Dutten som bygger torn med klossar. Läs boken tillsammans med barnen. Rikta uppmärksamhet mot klossarna som återkommer på bilderna och hur många de är. Aktiviteten kan genomföras med 1–3 barn.

Syfte med aktiviteten är att barnen ska urskilja:

- att antal kan representeras på olika sätt (bilder, objekt, fingertal, räkneord)
- att räkneord kan svara på "hur många" (kardinalitet)
- att antal kan delas upp i delmängder

### ATT FÖRBEREDA:

*Duttenboken (tänk på att skriva ut boken så att du kan visa två bilder i ett uppslag (dubbelsidig utskrift))*

*Tre röda klossar*

*Läs igenom de läshänvisningar som finns till Duttenboken*

### GENOMFÖRANDE AV AKTIVITETEN:

*Samla barnen och berätta att ni ska läsa en bok som handlar om Dutten.*

- 1) Läs texten på varje sida och rikta uppmärksamhet mot klossarna på bilderna och hur många de är.
- 2) Räkna upp antalet medan du pekar på klossarna "En, två. Det är två klossar". Förtydliga genom att ringa in klossarna med en cirkelrörelse, visa med fingertal och upprepa antalet verbalt.
- 3) Jämför antalet klossar på de två bilderna i varje bokuppslag. "Är det lika många klossar på båda bilderna?" Förtydliga jämförelsen genom att "mappa" - lägg fingrarna mot antalet klossar på en av bilderna och för sedan över fingrarna till den andra bild där det finns fler eller färre klossar. Uppmärksamma barnen på att antalet klossar skiljer sig åt.

Vid nästa lästillfälle används de fysiska klossarna som laborativa objekt. Läs boken och uppmana barnen att bygga likadant som Dutten. Räkna både de fysiska klossarna och klossarna i boken. "Mappa" för att jämföra om det är lika många. För att ytterligare förtydliga, visa barnen att man kan lägga de fysiska klossarna på klossarna i boken för att jämföra.

### ATT TÄNKA PÅ:

- Jämför antalet klossar på de två bilderna i varje bokuppslag.
- Var följsam för vad barnen uppmärksammar så att det blir en meningsfull och intressant berättelse för dem.
- Peka på klossarna när de räknas och förtydliga ytterligare genom att "mappa" och ringa in antalet med en cirkelrörelse. Visa sedan samma antal med fingertal och upprepa antalet verbalt med räkneord.
- Visa olika fingertal för att förtydliga antalet. För att visa två kan du exempelvis använda en hand (ex. pek- och långfinger eller tumme- och pekfinger) eller båda händerna (ex. pek- och pekfinger)

### MAPPNING

*Genom att "mappa" antalet klossar som finns på bilderna i respektive bokuppslag kan likheter och skillnader i antalet klossar synliggöras för barnet (om det är fler eller färre klossar).*



## ELEFANTSÅNGEN



*Elefantsången* är en sånglek som utgår från sången "En elefant balanserade". Elefantsången kan göras både med laborativa objekt (figurer/bilder) och som rörelselek där barnen leker elefanter och går efter varandra. Att ordna elefanter på led, efter varandra gör det lättare att räkna upp och att se antalet elefanter. Flera barn kan delta i aktiviteten samtidigt. Vid undervisning med laborativa objekt kan man antingen arbeta i mindre grupp med 1–3 barn eller i större grupp. Vid rörelselek behövs minst tre barn som deltar.

Syfte med aktiviteten är att barnen ska urskilja:

- räkneordens ordning (ordinalitet, räkneramsa)
- att räkneord kan svara på "hur många" (kardinalitet, räkneord)
- att antal kan representeras på olika sätt (till exempel med räkneord, fingertal, objekt)
- att antal kan delas upp i delmängder

### ATT FÖRBEREDA:

*Figurer eller bilder med elefanter*

*Gör en spindeltråd på bordet/golvet med färgad tejp eller ett snöre*

*Texten till elefantsången (rosa rutan)*

### GENOMFÖRANDE AV AKTIVITETEN:

*Aktiviteten kan varieras och utföras antingen med hjälp av laborativa objekt (figurer/bilder) eller som en rörelselek med barnen som elefanter. Låt gärna barnen plocka fram det antal elefanter som ska vara med i leken.*

- 1) EN elefant (figur eller barn) står på spindeltråden medan ni sjunger första versen i Elefantsången. Förtydliga antalet elefanter genom att visa med fingertal.
- 2) Ytterligare en elefant ställer sig på tråden. Sjung andra versen i Elefantsången. Fråga: "Hur många elefanter är det nu på tråden?" Räkna upp "En, två" och peka samtidigt på elefanterna. Säg "Det är två elefanter på tråden" ringa samtidigt i dem med en cirkelrörelse. Visa också antalet elefanter med fingertal.
- 3) Ytterligare en elefant ställer sig på tråden. Upprepa enligt punkt 2 ovan. Förtydliga genom att räkna upp antalet elefanter, poängtera det totala antalet, ringa in med cirkelrörelse och visa med fingertal.



När leken är välbekant för barnen enligt stegen ovan, utveckla aktiviteten genom att fråga "Hur många elefanter står på tråden och hur många väntar på sin tur?". Peka, ringa in och räkna respektive delmängd. Visa antalen med fingertal. Fråga också "Hur många elefanter är det tillsammans? Peka, ringa in och räkna helheten.

### ELEFANTSÅNGEN

*EN elefant balanserade  
På en liten, liten spindeltråd  
Det tyckte den var så intressant  
Så den gick och hämtade en annan elefant*



*TVÅ elefanter balanserade  
På en liten, liten spindeltråd  
Det tyckte dom var så intressant  
Så dom gick och hämtade en annan elefant*

*TRE elefanter balanserade  
Osv.*

### ATT TÄNKA PÅ:

- Peka på elefanterna när de räknas och förtydliga ytterligare genom att ringa in antalet med en cirkelrörelse. Visa sedan samma antal med fingertal och upprepa antalet verbalt med räkneord.
- Visa olika fingertal för att förtydliga antalet. Använd gärna olika fingrar på en eller två händer (exempelvis antalet två med båda pekfingerarna).
- Variera från vilket håll (höger eller vänster) elefanterna i ledet räknas, så att samma elefant inte alltid är "ett", "två" och så vidare.

## HOPPAHOPPA-LEKEN



*Hoppahoppa-leken* är en rörelselek som görs till musik. När musiken spelas hoppar barnen med så många kroppsdelar (händer och fötter) i golvet som bestäms i förväg. Börja med antalet två och sedan antalet fyra då dessa är enklast motoriskt även om fyra är svårt som antal. Flera barn kan delta i aktiviteten samtidigt.

Syfte med aktiviteten är att barnen ska urskilja:

- att räkneord kan svara på "hur många" (kardinalitet, antalet 1-4)
- räkneordens ordning (ordinalitet, räkneramsa 1-4)
- att antal kan representeras på olika sätt (i form av räkneord, fingertal, kroppsdelar)
- hur det känns att göra antal med kroppen

### ATT FÖRBEREDA:

*Välj musik*

### GENOMFÖRANDE AV AKTIVITETEN:

*Berätta för barnen att ni ska hoppa "fritt" till musik. Stoppa musiken och fråga:*

- 1) "Hur många ben hoppade du på?". Räkna upp "En, två" och peka samtidigt på barnets fötter. Ringa in barnets fötter med en cirkelrörelse "Du hoppade på två fötter". Visa två med fingertal. Berätta att ni återigen ska hoppa på två tillsammans. Förtydliga med fingertal. Starta musiken och hoppa två tillsammans. Stoppa musiken och återupprepa enligt ovan.
- 2) Berätta för barnen att ni nu ska hoppa på fyra. "Hur kan man göra då?". Avvakta och låt barnen komma med förslag. Om något barn har ett förslag, visa/ringa in och räkna barnets förslag av fötter och händer. Räkna upp "En, två, tre, fyra" och peka samtidigt på barnets kroppsdelar. Förtydliga genom att ringa in med en cirkelrörelse. Säg "Vi ska hoppa på fyra". Säg antalet verbalt och visa med fingertal. Om inget förslag ges, ge ett eget förslag (fot+fot+hand+hand). Starta musiken och hoppa på fyra tillsammans. Stoppa musiken och återupprepa enligt punkt 1.
- 3) Variera mellan att hoppa på två och fyra och upprepa enligt beskrivningen ovan, dvs. räkna antalet händer/fötter, ringa in antalet, visa med fingertal och upprepa antalet verbalt.
- 4) När det verkar lämpligt, introducera att hoppa på ett och därefter på tre på samma sätt som ovan (fot+fot+hand/fot+hand+hand). Är det svårt för barnet att hoppa, låt barnet prova att stå på ett eller tre.

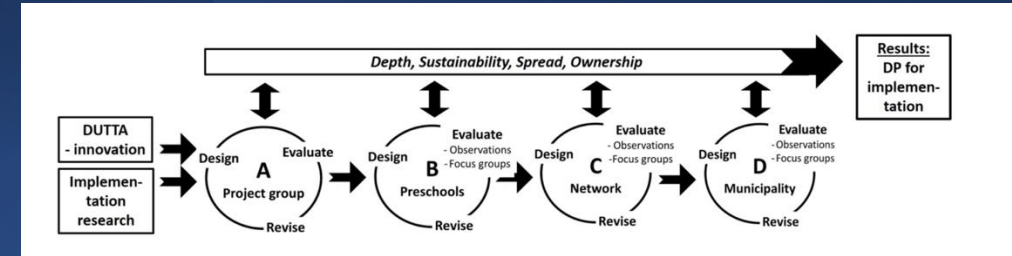
Utmana genom att hoppa samma antal på olika sätt, till exempel hoppa på tre med två fötter och en hand följt av två händer och en fot. Kom ihåg att räkna antalet, ringa in det och visa med fingertal – visa att det är samma antal "tre" på olika sätt.

### ATT TÄNKA PÅ:

- Den vuxna som leder leken är med och hoppar tillsammans med barnen.
- Peka på fötter/händer när de räknas och förtydliga ytterligare genom att ringa in antalet med en cirkelrörelse. Visa sedan samma antal med fingertal och upprepa antalet verbalt med räkneord.
- Visa olika fingertal för att förtydliga antalet. Använd gärna olika fingrar på en eller två händer (exempelvis antalet två med båda pekfingerarna).
- Barnen kan behöva hjälp med balansen om de vill stå på ett ben.



# Data



**Cykel B:** Två förskolor. Intervjuer. Videodokumenterade observationer (våra och egna aktiviteter), fördröjda intervjuer.

**Cykel C:** Sju förskolor. Fokusgruppsintervjuer, videodokumenterade observationer (våra och egna aktiviteter), fördröjda intervjuer.

**Cykel D:** Alla förskolor i en kommun. Fokusgruppsintervjuer, videodokumenterade observationer (våra och egna aktiviteter), fördröjda intervjuer. Enkät. Intervjuer med rektorer.

# Analys

- intervjuer
- enkäter
- filmade aktiviteter

## **Materialet och dess implementering studeras utifrån (Coburn, 2003):**

### **Grundlighet** (depth)

Didaktiska principer bibehålls i implementeringen av innovationen och i egna aktiviteter (kontextualisering)

### **Hållbarhet** (sustainability)

Bestående didaktiska principer tillämpas i praktiken över tid

### **Spridning** (spread)

- Kommunikerad gemensam förståelse
- Över verksamhet och över tid
- Anpassning till behov och förutsättningar (kontextualisering)

### **Förvärvande** (ownership)

- Extern (forskarnas) kunskap omvandlas till intern (lärarnas) kunskap

# Tentativa resultat

- **Motiv för deltagande:** Bättre resultat när deltagande i implementeringen initieras av förskolläraren snarare än av förskolechefer
- **Förutsättningar:** tid, kollegialt samarbete, stöd från ledningen, reflektion...
- **Implementering ≠ professionell kompetensutveckling**
- **Kärnkomponenter:** måste uttryckas tydligt
- **Undervisningen:** anpassas till kontext och barn – annars instrumentell
- **SUMI-materialet:** en helhet
- **Lyckad implementering:** anpassningar utan att påverka kärnkomponenterna, indikerar *djup, spridning, hållbarhet och ägarskap* (Coburn, 2003).

Från DUTTA  
via SUMI till...

*Vad är nästa steg?*



SUMI



<https://lnu.se/forskning/forskningsprojekt/projekt-studie-av-uppskalning-och-modellering-av-tidig-numerisk-innovation-sumi/>

# FRÅGOR?

[jessica.elofsson@liu.se](mailto:jessica.elofsson@liu.se)  
[wmr@du.se](mailto:wmr@du.se)

